

考虑关节间隙的柔性机械臂 动力学模型及特性分析

徐向阳¹, 广永川¹, 杨宝军², 梁栋¹, 陈仁祥¹

(1. 重庆交通大学机电与车辆工程学院, 400074, 重庆; 2. 重庆华数机器人有限公司, 400714, 重庆)

摘要: 为探究关节间隙对柔性机械臂动力学特性的影响,以柔性机械臂为研究对象建立了考虑关节间隙和臂杆柔性的耦合动力学模型并进行动态特性分析。首先,采用接触力碰撞模型和摩擦力改进计算模型,对关节间隙进行表征;其次,采用假设模态法,构建考虑平面转动关节间隙的柔性机械臂动力学分析模型,并基于拉格朗日法推导了其耦合动力学方程;最后,分析了间隙值和弹性模量参数对柔性机械臂系统动力学特性的影响。仿真实验结果表明:接触碰撞力随着关节间隙值的增大而增大,同时导致碰撞频率降低,使得机械臂末端平动加速度增大,运动波动频率降低;当间隙值为 0.1 mm 时,接触碰撞力提高为无间隙下的 17.76 倍;柔性臂杆可以减缓关节内部碰撞,降低碰撞力幅值达 80% 以上,但弹性模量减小会加剧机械臂末端加速度幅值。该分析结果可为机器人系统可靠性和稳定性的研究提供参考。

关键词: 柔性机械臂; 关节间隙; 耦合动力学; 接触碰撞

中图分类号: TH113 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202308014 **文章编号:** 0253-987X(2023)08-0138-10

Dynamic Model and Characteristic Analysis of Flexible Manipulator Considering Joint Clearance

XU Xiangyang¹, GUANG Yongchuan¹, YANG Baojun², LIANG Dong¹, CHEN Renxiang¹

(1. School of Electromechanical and Vehicle Engineering, Chongqing JiaoTong University, Chongqing 400074, China; 2. Chongqing Huashu Robotics Co., Ltd., Chongqing 400714, China)

Abstract: To explore the influence of joint clearance on the dynamic characteristics of flexible manipulators, a coupled dynamic model considering joint clearance and arm flexibility is established and the dynamic characteristics are analyzed. Firstly, a contact force collision model and an improved friction calculation model are used to characterize the joint clearance. Secondly, a dynamic analysis model, with the planar rotational joint clearance considered, for flexible manipulators is constructed by using the assumed mode method, and the corresponding coupled dynamic equation is derived based on the Lagrange method. Finally, the influence of clearance value and elastic modulus parameters on the dynamic characteristics of flexible manipulator systems is analyzed. The simulation results show that, as the joint clearance value increases, the contact collision force increases, while the collision frequency decreases, which makes the translational accelera-

收稿日期: 2022-11-20。 作者简介: 徐向阳(1981—),男,教授。 基金项目: 重庆市杰出青年科学基金资助项目(cstc2021jcyj-jqX0010);重庆市技术创新与应用发展专项资助项目(CSTB2022TIAD-KPX0078);重庆市教委科学研究重点项目(KJZD-K202000703)。

网络出版时间: 2023-04-14

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20230413.1759.002.html>

tion at the end of the manipulator increase and the motion fluctuation frequency decrease. When the clearance value is 0.1 mm, the contact impact force is increased to 17.76 times that without clearance. The flexible arm can alleviate the internal collision of the joint and decrease the amplitude of the collision force by more than 80%, but the reduction in the elastic modulus can escalate the acceleration amplitude at the end of the manipulator. The analysis results can provide reference for the research of reliability and stability of robot systems.

Keywords: flexible manipulator; joint clearance; coupling dynamics; contact collision

柔性机械臂具有重量轻、功重比大、耗能低等特点,在现代工业、航空航天、轨道交通等诸多领域有着重要应用^[1-2]。机械臂关节一般分为移动关节和转动关节,转动关节包括带谐波减速器或RV减速器旋转结构、带轮减速旋转结构和带蜗轮蜗杆旋转结构等3种常见形式。受轴承游隙、制造装配误差及系统运动磨损等因素影响,关节内部会不可避免地产生间隙。耦合机械臂一旦发生柔性变形,系统内部极易产生碰撞和冲击,引起精度降低和疲劳失效等问题^[3]。因此,研究考虑平面转动关节间隙的柔性机械臂动力学特性演化规律对于提高系统稳定性和使用寿命具有重要意义。

目前,考虑间隙特征的机械系统动力学研究较多。Flores等^[4-5]对不同间隙类型和曲柄转速下的曲柄滑块机构开展实验,分析了其对机构动力学的影响。Yaqubi等^[6]以考虑间隙的曲柄滑块为对象,分析了其非线性特性,并提出了一种保持关节连续碰撞的控制方案。Bai等^[7]以平面曲柄滑块为对象,将间隙视为力约束条件,研究了不同间隙类型对平面机械系统动力学响应的影响。为进一步研究多间隙对系统的影响,Chen等^[8]以多间隙关节机器人换挡操纵手为对象建立动力学模型,并对其进行了动力学特性分析。Wang等^[9]以一个典型刚性四杆机构为对象,分析研究了多间隙机构的动力学响应。王旭鹏等^[10-11]建立了满足干摩擦和润滑状态的接触力模型,采用考虑间隙的曲柄滑块进行验证,并以此为基础分析了间隙个数和位置对系统动力学响应的影响规律。谷勇霞等^[12]研究了间隙值和间隙关节数对漂浮空间机械臂动力学特性的影响。敬谦等^[13]研究了圆柱副间隙下连杆机构的动力学响应。也有相关文献对考虑间隙的并联机构进行研究。Varedi-Koulai等^[14]以3RRR平面并联机器人为研究对象,分析了间隙对系统动力学的影响,并给出多间隙下动态响应的数值结果。Chen等^[15]以考虑间隙的4-UPS-UPU机构为研究对象,分析了其动态响应和非线性特性。朱景原等^[16]研究了关节间

隙对3-CPARR并联机构动力学特性的影响。然而,实际机器人系统应考虑柔性构件的影响。王见等^[17]以单间隙曲柄连杆为对象,研究了其在柔性情况下的周期运动规律和动力学输出响应。孙东阳等^[18]基于谐波齿轮柔性,建立了考虑间隙的动力学模型,并对曲柄滑块机构进行了特性分析。郑恩来等^[19]考虑球面和转动副间隙同时存在情况下的柔性机构,研究了其动态特性。Erkaya^[20]以考虑柔性的间隙曲柄连杆为研究对象,分析了连杆柔性对机构动力学响应的影响。在降低间隙影响方面,迟华瑞^[21]考虑了涂层情况并进行特性分析,Varedi等^[22]为减轻间隙影响,对质量优化提出了新算法。上述研究主要基于刚性体、单间隙和单柔性构件模型,聚焦于碰撞力计算方法、间隙动力学模型以及系统动力学特性分析等领域,研究取得了一定成果,但同时将大臂小臂视为柔性构件,研究关节间隙和柔性机械臂耦合效应下系统动力学特性的文献依旧缺乏。

本文以考虑平面转动关节间隙的柔性机械臂为研究对象,分析了关节间隙对大臂、小臂均为柔性的机械臂系统动态行为的影响规律。通过建立关节转动副径向间隙数学模型,利用假设模态法对柔性构件进行建模,并基于拉格朗日法建立了考虑关节间隙的机械臂柔性机构耦合动力学方程,研究了间隙值和弹性模量对柔性机械臂系统动力学的影响。研究结果对提高机器人系统可靠性和稳定性具有重要的参考价值。

1 柔性机械臂转动关节间隙建模

1.1 关节间隙分析

机械臂转动关节中包含零件众多,它们均以旋转形式输出,通常采用不考虑内部构件的“轴-轴套”铰单元对其进行建模^[23-24]。轴承作为铰单元的支撑零件,其内圈和外圈分别与轴和轴套紧密配合。理想情况下轴承无间隙,但在实际运动中,由于轴承游隙、不可避免的制造安装误差以及磨损等均会产生空间铰间隙。

在空间坐标 XOY 中,轴承铰间隙可分解为 3 个移动分量 Δx_c 、 Δy_c 和 Δz_c 以及绕单轴转动的 3 个转动分量 Δc_{2x} (x_c , $\Delta\theta_{xc}$)、 Δc_{2y} (y_c , $\Delta\theta_{yc}$) 和 Δc_{2z} (z_c , $\Delta\theta_{zc}$), c 为间隙, 关节间隙矢量分解图如图 1 所示。

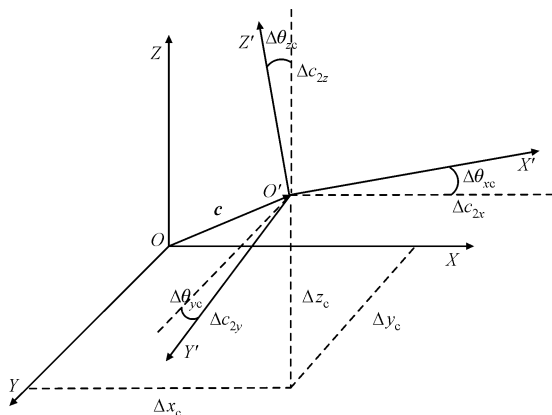


图 1 关节间隙矢量分解图

Fig. 1 The decomposition diagram of joint clearance vector

根据 D-H 参数法,移动分量 Δc_1 可表示为

$$\Delta c_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_c \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_c \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

利用偏航角理论将 3 个转动分量进行连乘积并整合,得到转动分量 Δc_2 的表达式如下

$$\Delta c_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta_{zc} & \Delta\theta_{yc} & 0 \\ \Delta\theta_{zc} & 1 & -\Delta\theta_{xc} & 0 \\ \Delta\theta_{yc} & \Delta\theta_{xc} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

使用过程中,转动关节轴向上用螺栓和螺母将电机、减速器等固紧后,一般不会产生轴向偏转,可认为关节内部轴与孔的轴线平行,仅考虑间隙的平面径向偏移,如下所示

$$\Delta c'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_c \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

因此,本文将轴承内圈和轴作为一体,外圈和轴套作为一体,以“轴-孔”形式进行建模。

1.2 关节间隙表征模型

建立关节“轴-孔”平面铰间隙矢量模型,如图 2 所示。下标 a、b 分别代表轴与轴承,其半径分别为 R_a 和 R_b 。在坐标系 XOY 中,轴和轴承圆心分别为 p_a 和 p_b ,

对应位置矢量为 r_a 和 r_b ,轴和轴承当前接触点 Q_a 和 Q_b 位置矢量为 r_{Q_a} 和 r_{Q_b} ,间隙 c 为轴承和轴半径之差,表示为 $c=R_a-R_b$,构件之间偏心矩矢量 e 表示为

$$e = r_a - r_b \quad (4)$$

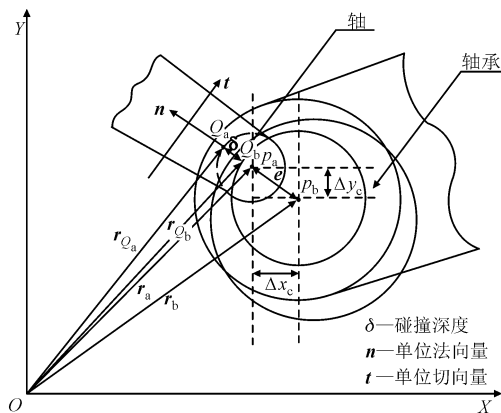


图 2 关节间隙模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of joint clearance model

开始工作后,轴和轴承接触会产生变形,变形量用碰撞深度 δ 表示,其物理意义为偏心距值 $|e|$ 与关节间隙值 $|c|$ 之差,表示如下

$$\delta = |e| - |c| \quad (5)$$

通过 δ 的正负来判定轴和轴承之间是否发生接触碰撞。当 $\delta < 0$ 时,关节内部没有发生碰撞,轴在轴套中处于自由运动状态;当 $\delta = 0$ 时,刚开始接触或分离;当 $\delta > 0$ 时,两者之间发生碰撞并产生弹性变形,图 3 为转动关节内部碰撞状态示意图。

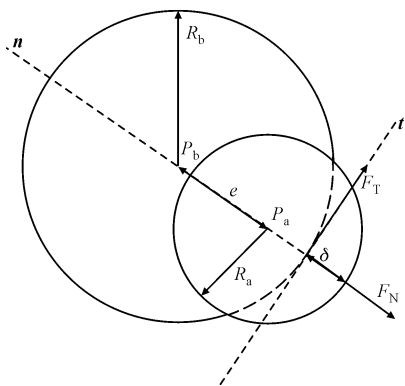


图 3 转动关节内部碰撞状态示意图

Fig. 3 Diagram of rotating joint contact state

碰撞点 Q 处的间隙矢量 δ_Q 可表示为

$$\delta_Q = r_{Q_a} - r_{Q_b} \quad (6)$$

当轴和轴承发生碰撞,接触点 Q_a 和 Q_b 对应的位置矢量为

$$\begin{cases} r_{Q_a} = r_a + nR_a \\ r_{Q_b} = r_b + nR_b \end{cases} \quad (7)$$

式中:接触点处单位法向量 $\mathbf{n}$ 可由式(4)推出,表示为 $\mathbf{n} = \mathbf{e}/e$ 。

将接触点位置矢量对时间求一阶导数,可得到速度矢量 $\dot{\mathbf{r}}_{Q_a}$ 和 $\dot{\mathbf{r}}_{Q_b}$ 。接着,利用接触点速度矢量对碰撞速度矢量 $\dot{\delta}_Q$ 进行法向和切向投影,得到相对法向速度和相对切向速度,如下所示

$$\begin{cases} V_N = (\mathbf{r}_{Q_a} - \mathbf{r}_{Q_b})^T \mathbf{n} \\ V_T = (\mathbf{r}_{Q_a} - \mathbf{r}_{Q_b})^T \mathbf{t} \end{cases} \quad (8)$$

式中单位向量 $\mathbf{n}$ 旋转 90° 即可得到切向向量 $\mathbf{t}$ 。

当关节处发生接触碰撞时,根据相对法向速度 V_N 可判定轴和轴承处于接触还是分离状态,根据相对切向速度 V_T 可判定轴和轴承是否处于摩擦状态。

1.3 接触碰撞力模型

关节间隙的存在使得机构运动过程中会产生碰撞力。Hertz 接触模型是最典型的一种计算模型,但传统的 Hertz 接触模型认为碰撞变形是纯弹性变形,碰撞过程不考虑能量耗散情况。本文采用 Lan-kanani-Nikravesh(L-N)法建立法向接触碰撞力模型^[25],该模型既考虑了关节弹性碰撞,也考虑了碰撞过程中出现的能量耗散,更加符合真实情况。其中接触碰撞力的表达式可写为

$$f_N = K\delta^n \left[1 + \frac{3(1-c_e^2)\dot{\delta}}{4\dot{\delta}_0} \right] \quad (9)$$

式中: $\dot{\delta}$ 为相对碰撞速度; $\dot{\delta}_0$ 为初始碰撞速度; n 为材料系数; c_e 为材料恢复系数; K 为刚度系数,其表达式为

$$K = \frac{4}{3(\sigma_a + \sigma_b)} \sqrt{\frac{R_a R_b}{R_a + R_b}} \quad (10)$$

式中: $\sigma_a = (1 - \nu_a^2)/E_a$; $\sigma_b = (1 - \nu_b^2)/E_b$, 其中 ν_a 和 ν_b 分别为轴和轴承的泊松比, E_a 和 E_b 为两者对应的弹性模量。

1.4 摩擦力模型

库仑摩擦力模型目前应用较为广泛,其基本表述为:摩擦力方向与切向碰撞速度方向相反,大小和法向接触力成一定的比例关系^[26]。关节处的轴和轴套在接触碰撞中会有相对运动趋势,当相对速度过小时可能会导致计算不收敛。因此,在传统摩擦模型基础上,本文提出了一种改进库仑模型,引入与速度 V_T 有关的修正系数 c_d ,将相对切向速度和碰撞力相结合,得到新的摩擦力模型表达如下

$$\mathbf{F}_T = -\mu_f c_d f_N \frac{\mathbf{V}_T}{V_T} \quad (11)$$

式中: μ_f 为摩擦系数; c_d 为修正系数,综合表达式为

$$c_d = \begin{cases} 0, & V_t \leq V_{\min} \\ \frac{V_t - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}}, & V_{\min} \leq V_t \leq V_{\max} \\ 1, & V_{\max} \leq V_t \end{cases} \quad (12)$$

式中: V_t 为 t 时刻的速度; $V_{\min}$ 和 $V_{\max}$ 分别为给定速度的最小和最大临界值。

结合式(9)~(12),关节间隙接触碰撞力和摩擦力的耦合力可以表示为

$$\mathbf{F}_Q = \mathbf{F}_N + \mathbf{F}_T \quad (13)$$

式中: $\mathbf{F}_N$ 为接触碰撞力矢量,可表示为 $\mathbf{F}_N = f_N \mathbf{n}$ 。

2 考虑关节间隙的柔性机械臂动力学建模

本文以双柔性臂杆机械臂为研究对象,该机构由柔性臂杆 L1 和柔性臂杆 L2 以及考虑间隙的转动关节组成,XOY 为固定坐标系,如图 4 所示。其中基座与柔性臂杆 L1 之间的关节 1 为理想关节,柔性臂杆 L1 和 L2 之间的关节 2 为转动间隙关节, τ_1 和 τ_2 为作用于对应柔性臂杆的驱动力矩。臂杆长度分别为 l_1 和 l_2 。 θ_1 为柔性臂杆 L1 在关节 1 处的转角, θ_2 为柔性臂杆 L2 在关节 2 处的转角。

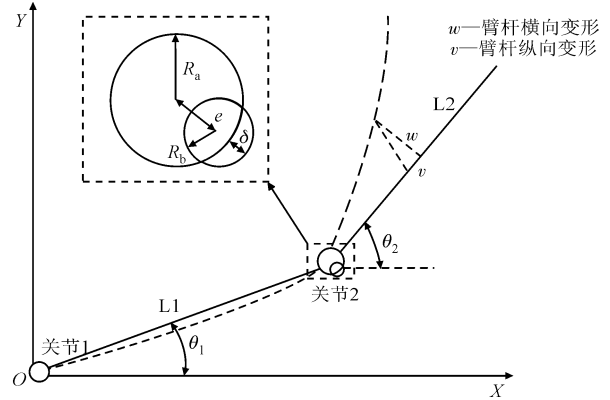


图 4 考虑关节间隙的柔性机械臂模型

Fig. 4 Flexible robot arm model considering joint clearance

将机械臂等效成均质细长结构 Euler-Bernoulli 梁,用以描述柔性机械臂的弹性变形。利用假设模态法,在某一时刻 t ,臂杆横向变形为 $w(x, t)$,轴向变形为 $v(x, t)$ 。根据机械振动原理可以得出横向变形的表达式

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(x) q_i(t) \quad (14)$$

式中: Φ_i 为柔性臂第 i 阶振型函数; q_i 为振型函数对应的模态坐标。

根据式(13)和(14),柔性臂杆 L1 上任意点 p_1 和柔性臂杆 L2 上任意点 p_2 的位置矢量可表示如下

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{p_1} = \begin{bmatrix} (x_1 + v_1)\cos\theta_1 - w_1\sin\theta_1 \\ (x_1 + v_1)\sin\theta_1 + w_1\cos\theta_1 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{r}_{p_2} = \begin{bmatrix} l_1\cos\theta_1 + (x_2 + v_2)\cos\theta_2 - w_2\sin\theta_2 \\ l_1\sin\theta_1 + (x_2 + v_2)\sin\theta_2 + w_2\cos\theta_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (15)$$

考虑横向变形而忽略轴向拉伸变形,得到点 p_1 和 p_2 的速度矢量为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{r}}_{p_1} = \begin{bmatrix} -x_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 - w_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1 - \dot{w}_1\sin\theta_1 \\ x_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1 - w_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 + \dot{w}_1\cos\theta_1 \end{bmatrix} \\ \dot{\boldsymbol{r}}_{p_2} = \begin{bmatrix} -L_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 - x_2\dot{\theta}_2\sin\theta_2 - w_2\dot{\theta}_2\cos\theta_2 - \dot{w}_2\sin\theta_2 \\ \dot{\theta}_1\cos\theta_1 + x_2\dot{\theta}_2\cos\theta_2 - w_2\dot{\theta}_2\sin\theta_2 + \dot{w}_2\cos\theta_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (16)$$

由此,可求得臂杆 L1 和 L2 动能为

$$E_i = \frac{1}{2} \int_0^{l_i} \rho A \dot{\boldsymbol{r}}_{p_i}^T \dot{\boldsymbol{r}}_{p_i} dx_i, \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

式中: ρ 为柔性臂杆密度; A 为柔性臂杆截面积。因此,整个机构的动能为

$$E = E_1 + E_2 \quad (18)$$

臂杆 L1 和 L2 的应变势能由两柔性臂杆的弹性变形能构成,可写为

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^{l_i} E_i I_i \left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 dx_i, \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

因此整个机构的应变势能为

$$U = U_1 + U_2 \quad (20)$$

将动能和势能带入拉格朗日方程 L ,得到

$$L = E - U \quad (21)$$

根据第二类拉格朗日方程,柔性臂动力学响应主要取决于前几阶振动模态^[27],故取柔性臂杆 L1 的前 3 阶模态坐标 1q_1 、 1q_2 、 1q_3 ,L2 的前 3 阶模态坐标 2q_1 、 2q_2 、 2q_3 和对应的两个转角 θ_1 和 θ_2 ,得到系统广义坐标 $\boldsymbol{q} = [\theta_1, \theta_2, ^1q_1, ^1q_2, ^1q_3, ^2q_1, ^2q_2, ^2q_3]^T$ 。将其代入到式(21),得到动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_1} \right) = \tau_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_2} \right) = \tau_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2 \end{cases} \quad (22)$$

求解并进行简化整理,得到

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{Q} \quad (23)$$

式中: $\boldsymbol{M}$ 为广义质量矩阵; $\boldsymbol{C}$ 为广义阻尼矩阵; $\boldsymbol{K}$ 为

广义刚度矩阵; $\boldsymbol{Q}$ 为系统广义力; $\dot{\boldsymbol{q}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{q}}$ 分别为系统广义坐标 $\boldsymbol{q}$ 对时间的一阶和二阶导数。

当在柔性机械臂模型中考虑关节间隙时,间隙处因接触产生碰撞力而使系统呈现非线性行为。关节处因接触碰撞而产生的法向接触力和切向摩擦力,不能简单地当作内力处理,即原有外力将不再仅仅是驱动力。

将接触碰撞力 $\boldsymbol{F}_Q(\boldsymbol{q}, t)$ 作为耦合作用力,对柔性机械臂动力学模型开展研究。由 1.1 节可知,关节内部运动并非任意时刻均在发生冲击碰撞,而是需要判断关节内部是处于自由运动状态还是接触碰撞状态。引入阶跃函数

$$\epsilon(\delta) = \begin{cases} 0, & \delta < 0 \\ 1, & \delta \geq 0 \end{cases} \quad (24)$$

由式(13)和(21),可得实际接触碰撞力为

$$\boldsymbol{F} = \epsilon(\delta) \boldsymbol{F}_Q \quad (25)$$

最后,结合式(22)、(23)和(24),得到关节间隙与机械臂柔性耦合后的动力学方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{Q}_c + \boldsymbol{F} \quad (26)$$

式中: $\boldsymbol{Q}_c$ 为广义外力。

3 考虑关节间隙的柔性机械臂动力学特性研究

3.1 结构参数、仿真参数和求解方法

进一步对系统进行动力学特性研究,考虑了关节间隙柔性机械臂的结构参数和动力学仿真参数,分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 考虑关节间隙的柔性机械臂结构参数
Table 1 Structural parameters of flexible robotic arm considering joint clearance

构件	长度/m	质量/kg
臂杆 L1	1	5
臂杆 L2	1	5

表 2 考虑关节间隙的柔性机械臂动力学仿真参数
Table 2 Simulation parameters of flexible robotic arm dynamics considering joint clearance

参数	数值
轴承半径/mm	15
弹性模量/GPa	207
材料系数	1.5
泊松比	0.29
恢复系数	0.9
摩擦系数	0.1
容差	0.000 1

采用 Runge-Kutta 法,对考虑了关节运动副间隙和柔性机械臂的耦合动力学方程进行求解,求解过程如图 5 所示。

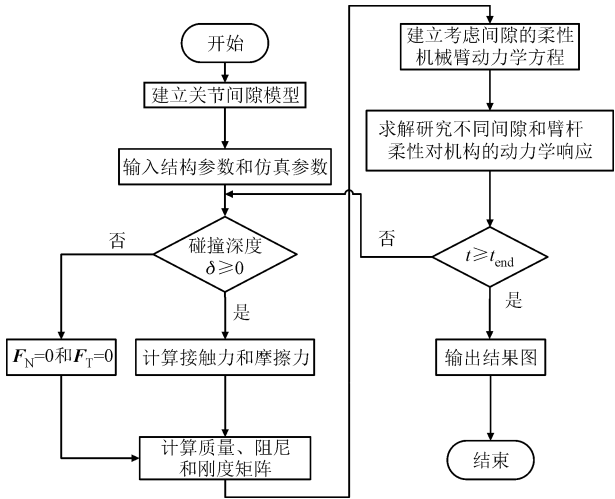


图 5 机械臂动力学方程求解流程图
Fig. 5 Resolving flow chart

3.2 间隙值对机械臂末端动力学影响分析研究

考虑关节处运动副间隙大小,分析了关节间隙对柔性机械臂动力学特性的影响。为保证分析过程的严谨性和准确性,采用控制变量法仅考虑臂杆 L1 和 L2 之间关节 2 位置处的间隙,关节 1 视为理想关节。选择无间隙、间隙为 0.02、0.1 和 0.5 mm 等 4 种情况进行讨论。机械臂初始状态为 $\theta_1 = \pi/4$ 和 $\theta_2 = \pi/2$,轴承与轴套处于同一轴心。根据机械臂末端运动范围,设计驱动力矩 τ_1 为 $3\sin 2\pi t$, τ_2 为 $2\sin 2\pi t$,仿真时间为 1.6 s。图 6~图 8 分别给出了不同间隙下,关节 2 位置处的接触碰撞力、机械臂末端平动速度和加速度图。

图 6 为不同间隙下关节 2 位置处的接触碰撞力对比图。由图可见,间隙为 0.02 mm 时接触碰撞力的峰值为 552.83 N,间隙为 0.1 mm 时碰撞力的峰值高达 1 169.89 N,增长至前者的 2.11 倍;间隙为 0.5 mm 时接触碰撞力峰值高达 5 407.77 N,增长为 0.02 mm 时的 9.78 倍以及 0.1 mm 时的 4.62 倍。由此可见,随着关节运动副间隙增大,关节接触碰撞力峰值也逐渐增大。从机械臂运动轨迹可以看出,虽然间隙增大会使得接触碰撞力的幅值发生剧烈波动,但间隙越大波动频率反而逐渐降低,这是因为关节间隙增大会导致轴和轴承的接触碰撞频率变小。

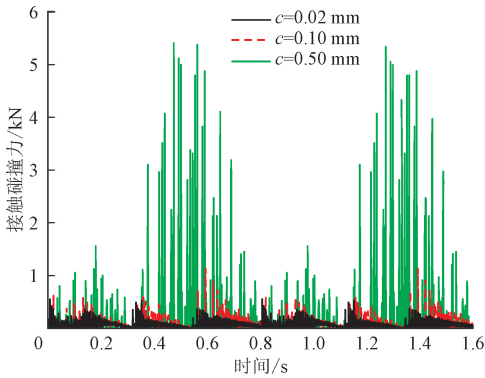


图 6 不同间隙下关节 2 位置处的接触碰撞力对比
Fig. 6 Comparison of contact impact force at joint 2 under different clearance values

不同间隙下机械臂末端平动速度的对比如图 7 所示,可见随着关节运动副间隙增大,机械臂末端平动速度并没有明显变化,特别是当间隙为 0.02 mm 时,速度曲线和无间隙时的速度曲线差别很小,末端平动速度峰值和低谷的变化范围分别为 4.88~5.21 m/s 和 -1.72~-0.99 m/s。间隙大小会影响速度的变化频率,间隙增大,速度变化频率降低,这是因为间隙增大会导致关节内部接触碰撞次数减少。

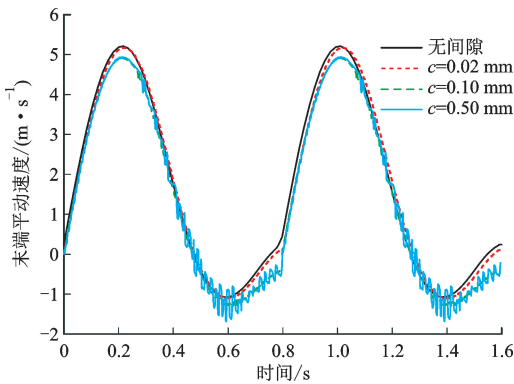


图 7 不同间隙下机械臂末端平动速度对比
Fig. 7 Comparison of translational speed of manipulator end under different clearance values

图 8 给出了不同间隙下机械臂末端平动加速度的对比结果。可以看出,随着间隙增大,加速度波动频率逐渐降低,但峰值逐渐增大。无间隙、间隙为 0.02、0.1 和 0.5 mm 时,对应的末端加速度峰值分别为 38.24、53.27、110.37 m/s² 和 680.12 m/s²。当间隙为 0.5 mm 时,末端加速度增大为无间隙时的 17.76 倍。末端速度和加速度波动最剧烈时,柔性机械臂正处于极限位置阶段。

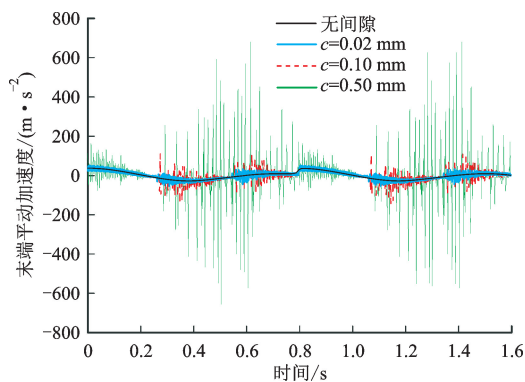


图 8 不同间隙下机械臂末端平动加速度对比

Fig. 8 Comparison of translational acceleration of manipulator end under different clearance values

综上所述,关节运动副间隙的存在会导致柔性机械臂的关节内部接触碰撞力、末端平动速度和平动加速度发生变化,且间隙增大到一定程度会直接影响机械臂的工作性能。

3.3 臂杆柔性对柔性机械臂动力学影响分析研究

刚性和柔性情况下,关节 2 位置处的接触碰撞力如图 9 所示。考虑关节间隙作用时,柔性和刚性情况下的接触碰撞力图均出现毛刺现象。刚性情况下碰撞力峰值为 2 545.76 N,柔性情况下碰撞力峰值为 411.83 N,下降幅度达 83.82%。柔性情况下接触碰撞力明显减小,波动频率降低,是由于柔性机械臂产生的弹性变形对接触碰撞起到了明显的缓冲作用。因此,考虑臂杆柔性可以减少机构因碰撞力过大而引起的破坏性碰撞。

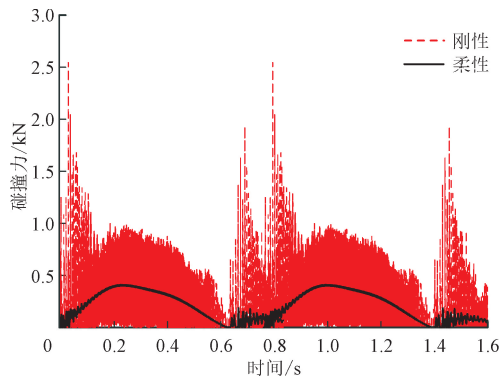


图 9 刚性臂和柔性臂下关节 2 位置处的接触碰撞力对比
Fig. 9 Comparison of contact collision force at joint 2 of rigid arm and flexible arm

为了深入探讨柔性对间隙关节机械臂动力学特性的影响,本文通过改变机械臂的杨氏模量来模拟机械臂柔性程度,从而分析臂杆柔性对考虑了关节

间隙的串联机器人动力学特性的影响。视关节 1 为理想关节,关节 2 位置处为恒定间隙,将大臂和小臂同时当作柔性臂进行研究。

不同弹性模量下,关节 2 位置处的接触碰撞力如图 10 所示。由图可见,当弹性模量 E_k 分别为 2、20 和 200 GPa 时,对应的碰撞力峰值分别为 646.30、410.61 和 405.13 N,表明臂杆弹性模量越大,碰撞力峰值越大。当弹性模量相对较小,即柔性程度较大时,由于柔性可消耗部分能量,接触碰撞力降低。

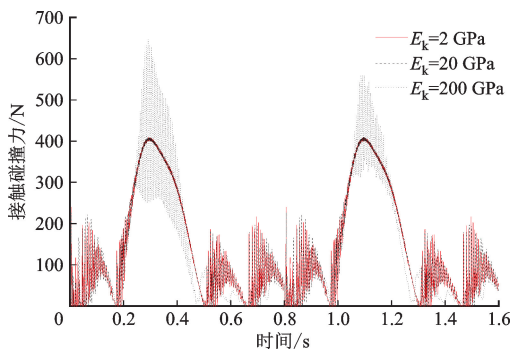


图 10 不同弹性模量下关节 2 位置处的接触碰撞力对比
Fig. 10 Comparison of contact collision force of joint 2 under different modulus of elasticity values

图 11 和 12 分别给出了不同弹性模量下,机械臂末端平动速度和平动加速度的对比图。由图 11 可见,不同弹性模量下速度值和峰值波动情况差异较小,即臂杆柔性对机械臂末端速度影响较小。如图 12 所示,当柔度相对较大时,加速度幅值会发生大幅度变化。当弹性模量为 2 GPa 时,加速度的波动范围为 $-56.28 \sim 116.96 \text{ m/s}^2$,非常不利于机械臂系统的运行安全。当弹性模量分别为 20 和 200 GPa 时,末端加速度变化差异显著减小。

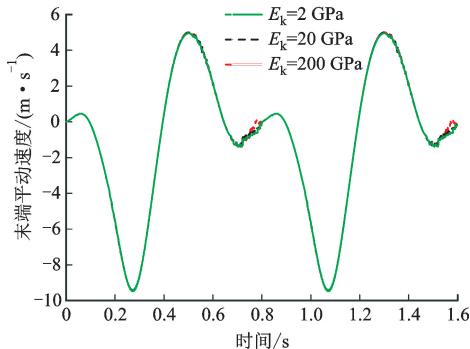


图 11 不同弹性模量下机械臂末端平动速度对比
Fig. 11 Comparison of translational speed of manipulator end under different modulus of elasticity values

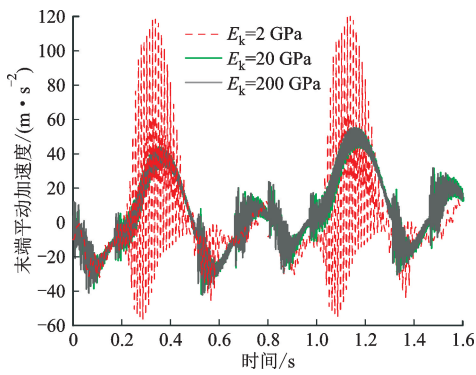
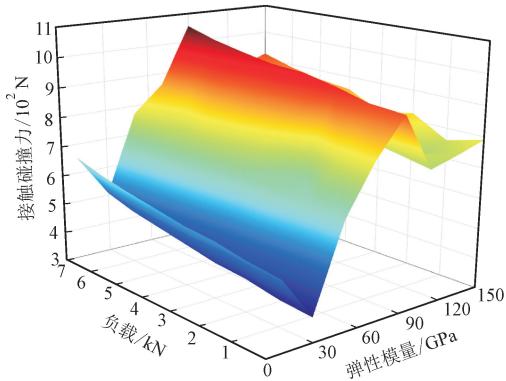
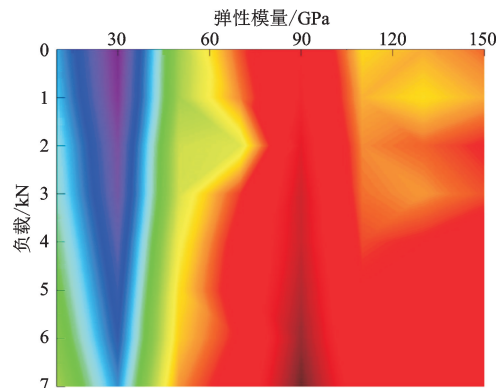


图 12 不同弹性模量下机械臂末端平动加速度对比
Fig. 12 Comparison of translational acceleration of manipulator end under different modulus of elasticity values

实际工作中,机械臂常常需要考虑负载情况。如图 13 所示,在负载情况下,接触碰撞力并非随着弹性模量的减小而无限下降,弹性模量减小会使变形增大,末端响应加剧。因此,在对机械臂弹性模量进行选择时,应该综合考虑实际工况以及精度要求。合适的柔性程度能够减弱机构冲击碰撞,但如果柔性程度过大,会导致加速度波动剧烈,从而影响机构整体性能。



(a) 三维图



(b) 俯视图

图 13 不同负载和弹性模量下接触碰撞力
Fig. 13 Contact collision force under different loads and elastic modulus

4 结 论

本文通过构建关节间隙柔性机械臂关节转动副间隙模型、接触碰撞力模型和摩擦力模型,采用假设模态法建立了完整的考虑关节间隙柔性机械臂动力学响应的分析模型,并进一步分析了关节间隙值和弹性模量参数对动力学特性的影响,得到结论如下。

(1) 关节间隙增大,接触碰撞力增大,碰撞频率降低。关节间隙对机械臂末端平动速度影响较小,但对平动加速度影响十分显著。随着关节间隙增大,平动加速度变大,运动波动频率降低。间隙增大 1 倍可使碰撞力和加速度增大数倍甚至 10 倍以上,且导致末端抖动加剧,影响机构的稳定性和可靠性。

(2) 臂杆柔性引起的弹性变形,对接触碰撞能起到一定的缓冲作用。在有间隙情况下,弹性模量减小,一方面会减小关节碰撞力波动幅值,但另一方面却会增大机械臂末端平动加速度幅值,降低位置精度,影响机构稳定性。因此,在对柔性机械臂进行选择或优化设计时,可以适当减小杆件的弹性模量,以改善关节碰撞力;同时也应综合考虑实际负载、机构变形和位置精度等情况,从而在起到减缓冲击作用的同时满足精度要求。研究结果可为考虑间隙的柔性机械臂的稳定性和设计研究提供参考。

参考文献:

[1] LUO Jiayuan, XU Xiangyang, WEI Peitang, et al. Machining path optimization of 3C locking robots using adaptive ant colony optimization [J]. Mobile Information Systems, 2021, 2021: 2642805.

[2] 尚东阳, 李小彭, 尹猛, 等. 采用 RBF 神经网络辨识的柔性机械臂抑振控制策略 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56(6): 76-84.

SHANG Dongyang, LI Xiaopeng, YIN Meng, et al. Vibration suppression control strategy for flexible manipulator using RBF neural network identification [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(6): 76-84.

[3] WAN Qi, LIU Geng, SONG Chunyu, et al. Study on the dynamic interaction of multiple clearance joints for flap actuation system with a modified contact force model [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(7): 2701-2713.

[4] FLORES P, AMBRÓSIO J. Revolute joints with clearance in multibody systems [J]. Computers & Structures, 2004, 82(17/19): 1359-1369.

- [5] FLORES P, KOSHY C S, LANKARANI H M, et al. Numerical and experimental investigation on multi-body systems with revolute clearance joints [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2011, 65(4): 383-398.
- [6] YAQUBI S, DARDEL M, DANIALI H M, et al. Modeling and control of crank-slider mechanism with multiple clearance joints [J]. *Multibody System Dynamics*, 2016, 36(2): 143-167.
- [7] BAI Zhengfeng, LIU Tianxi, LI Jinyu, et al. Numerical and experimental study on dynamic characteristics of planar mechanism with mixed clearances [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2022; 1-24.
- [8] CHEN Gang, XU Xinyao. A nonlinear dynamic characteristic modeling method of shift manipulator for robot driver with multiple clearance joints [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 110(1): 219-236.
- [9] WANG Xupeng, LIN Wenzhou, JI Xiaomin, et al. Dynamic analysis of a planar multibody system with multiple revolute clearance joints [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(10): 3429-3443.
- [10] 王旭鹏. 含间隙铰链机构非线性接触力和碰撞动力学研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2016.
- [11] WANG Xupeng, LIN Wenzhou, JI Xiaomin, et al. Dynamic analysis of a planar multibody system with multiple revolute clearance joints [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, 2019, 233(10): 3429-3443.
- [12] 谷勇霞, 张玉玲, 赵杰亮, 等. 考虑含间隙关节的漂浮基空间机械臂动力学输出特性研究 [J]. *机械工程学报*, 2019, 55(3): 99-108.
GU Yongxia, ZHANG Yuling, ZHAO Jieliang, et al. Dynamic characteristics of free-floating space manipulator with joint clearance [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(3): 99-108.
- [13] 敬谦, 刘宏昭. 考虑圆柱副间隙的连杆机构动力学研究 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(13): 32-39.
JING Qian, LIU Hongzhao. Dynamic characteristics of linkage mechanism considering clearance of cylinder pair [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(13): 32-39.
- [14] VAREDI-KOULAEI S M, DANIALI H M, FARAJ-TABAR M. The effects of joint clearance on the dynamics of the 3RRR planar parallel manipulator [J]. *Robotica*, 2017, 35(6): 1223-1242.
- [15] CHEN Xiulong, SUN Chenghao. Dynamic modeling of spatial parallel mechanism with multi-spherical joint clearances [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, 16(5): 1729881419875910.
- [16] 朱景原, 王见, 丁泽华, 等. 含关节间隙的 3-CPa RR 并联机构的运动学和动力学分析 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(18): 9-17, 29.
ZHU Jingyuan, WANG Jian, DING Zehua, et al. Kinematics and dynamics analysis of a 3-CPaRR parallel mechanism with joint clearance [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(18): 9-17, 29.
- [17] 王见, 董虎, 王兆东, 等. 含关节间隙的 3-CPaRR 解耦并联机构弹性动力学建模与分析 [J]. *振动与冲击*, 2020, 39(5): 118-130.
WANG Jian, DONG Hu, WANG Zhaodong, et al. Elastic dynamic modeling and analysis for a 3-CPaRR decoupled parallel mechanism with joint clearance [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(5): 118-130.
- [18] 孙东阳, 陈国平, 王铁成. 谐波齿轮传动的含间隙机构的动力学分析 [J]. *振动与冲击*, 2014, 33(23): 160-164, 183.
SUN Dongyang, CHEN Guoping, WANG Tiecheng. Dynamic analysis of a mechanism with clearances and harmonic gear transmission [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(23): 160-164, 183.
- [19] 郑恩来, 张航, 朱跃, 等. 含间隙超精密压力机柔性多连杆机构动力学建模与仿真 [J]. *农业机械学报*, 2017, 48(1): 375-385.
ZHENG Enlai, ZHANG Hang, ZHU Yue, et al. Dynamic modeling and simulation of flexible multi-link mechanism including joints with clearance for ultra-precision press [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(1): 375-385.
- [20] ERKAYA S. Investigation of joint clearance effects on actuator power consumption in mechanical systems [J]. *Measurement*, 2019, 134: 400-411.
- [21] 迟华瑞. 考虑涂层的间隙转动副接触碰撞力模型及其应用 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2019.
- [22] VAREDI S M, DANIALI H M, DARDEL M, et al. Optimal dynamic design of a planar slider-crank mechanism with a joint clearance [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, 86: 191-200.
- [23] CHEN Yu, FENG Jun, HE Qiang, et al. A methodology for dynamic behavior analysis of the slider-crank mechanism considering clearance joint [J]. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2021, 22(3/4): 373-390.

[24]

CHEN Xiulong, JIANG Shouyuan. Nonlinear dynamic behavior analysis of multi-linkage mechanism with multiple lubrication clearances [J]. European Journal of Mechanics: B/Fluids, 2022, 91: 177-193.

[25]

杨芳, 陈渭, 李培. 接触力模型对含间隙铰接副多体系统分析的影响 [J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(11): 106-117.
YANG Fang, CHEN Wei, LI Pei. Influences of contact force models on analysis of multibody systems involving joints with clearance [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2017, 51(11): 106-117.

[26]

AZIMI OLYAEI A, GHAZAVI M R. Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints [J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 53: 17-29.

[27]

娄军强, 魏燕定, 李国平, 等. 基于遗传优化算法的柔性机械臂抑振轨迹规划研究 [J]. 振动与冲击, 2016, 35(11): 1-6, 40.
LOU Junqiang, WEI Yanding, LI Guoping, et al. Optimal trajectory planning of a flexible manipulator for its vibration suppression using genetic algorithm [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(11): 1-6, 40.

(编辑 李慧敏 刘杨)